

İSTATİSTİK DERSİ

(BAÜ Müh-Mim Fakültesi)

Dr. Banu Yağcı

KAYNAKLAR

- ✓ Mühendislikte Olasılık, İstatistik, Risk ve Güvenilirlik
Altay Gündüz
- ✓ Bilgisayar (Excel) Destekli Uygulamalı İstatistik
Prof. Dr. Mustafa Akkurt
- ✓ Mühendisler için İstatistik
Prof. Dr. Mehmetçik Bayazıt, Prof. Dr. Beyhan Oğuz
- ✓ Uygulamalı Temel İstatistik Yöntemler
Prof. Dr. Özkan Ünver, Prof. Dr. Hamza Gamgam
- ✓ SPSS Uygulamalı İstatistik Teknikleri
Vasfi Nadir Tekin

Bölüm 1 İSTATİSTİK

➡ **İstatistik** hakkında bugüne kadar bilimsel yada bilimsel olmayan pek çok tanım yapılmıştır. Bilimsel olmayan tanım ve benzetmelerden bazıları ciddiyet dışı görünmelerine karşın, gerçekte bazı önemli noktaları ortaya koymaktadır;

Örneğin "Üç türlü yalan vardır: yalan, kuyruklu yalan ve istatistik"
benzetmesi her şeyin istatistik ile ispat edilemeyeceğini vurgulamaktadır.

➡ **Dar anlamda İstatistik**; geçmiş ve şimdiki durumla ilgili toplanmış **sayısal verileri** geliştirilmiş olan bazı tekniklerle **analiz** ederek **gelecek hakkında karar vermemizi** kolaylaştıran bir bilim dalıdır.

17. Yüzyıla kadar sadece **bilgi kaydetme** şeklinde gerçekleşen **istatistiki çalışmalar**, 18. ve 19. Yüzyıllarda J. Bernoulli (1645-1705) ve K.Gauss'un (1777-1855) katkılarıyla **matematik temelleri** üzerine oturtulmuş, **ihtimal teorisi** geliştirilmiştir. Sosyal ve antropolojik olaylara istatistiği kapsamlı bir şekilde uygulayan ilk matematikçi olan Adolphe Quételet (1796-1874) ise modern istatistiğin kurucusu olarak kabul edilmiştir. 20. Yüzyılın başında R. A. Fisher, K. Pearson ve W. S. Gosset'in katkılarıyla **tahmin yapma** ve **karar verme** konuları ön plana çıkarak istatistik artık sayısal verilerin yorum ve değerlendirmesini yapan bir bilimsel metodlar topluluğu haline gelmiştir.

➡ **Bu gelişmeler ışığında istatistiği tekrar tarif edecek olursak, İstatistik;**

- ✓ verilerin toplanması,
- ✓ organize edilmesi,
- ✓ özetlenmesi,
- ✓ sunulması,
- ✓ tahlil edilmesi ve
- ✓ bu verilerden bir sonuca varılabilmesi için kullanılan bilimsel metotlar topluluğudur.

➡ **İstatistik**; bir **belirsizlik** bilimidir.

İstatistikçiler, "**Nedir?**" sorusuyla değil, "**Ne olabilir?**" veya "**Ne muhtemeldir?**" soruları ile ilgilenirler. Aşağıdaki ifadeyi göz önüne alalım:

"KCHOL hisse senedinin fiyatı altı ay sonra şimdikinden fazla olacak."

Bu ifade bir kesinlik içermektedir. İspat istendiğinde gerçekliklerinden emin olunamadığı görülecektir. Bir analist, KCHOL hisse senedi fiyatının gelecek birkaç ayda artacağına inansa bile emin olamaz.

Anlam bakımından ele alındığında bu ifade şöyle olacaktır:

"KCHOL hisse senedinin fiyatı altı ay sonra şimdikinden yüksek olabilir."

Bu örneğe dayalı olarak istatistikte "**Gereksiz belirsizlikler içeren ifadeler**" yerine "**garantisiz kesinlikte ifadeler**" kullanıldığı görülmektedir .

Dil bilimi, **belirsizliği** "**imkansızdan kesin'e kadar**" ifade etmek için yeterlidir, fakat bazı olayların belirsizliği konusunda yetersiz kalabilmektedir. Burada kullanılan dil "**Olasılık (probabilite)**" olmaktadır.

Diğer yandan, istatistiğin incelediği olaylar **gelişigüzel (rasgele, random)** olaylar olduğundan deney yada gözlemlerden elde edilen sonuçlar kesin şekilde değil de **ihtimal** olarak ifade edilir. Şöyle ki istatistiğin verdiği sonuçların değerlendirilmesi **probabilite** teorisinin ilkelerine göre yapılır. Genel ve kaba bir ifade ile **probabilite teorisi**, herhangi bir olayın meydana gelme ihtimalini inceler. Bu ihtimal 0 ile 1 veya yüzde olarak 0 ile 100 arasında değişen bir sayı ile ifade edilir.

➡ **İstatistik**; verilerin toplanması, analizi, sunulması ve yorumlanması ile ilgili ilkeleri ve yöntemleri içeren ve bu işlemlerin sonuçlarını **probabilite** ilkelerine göre objektif bir şekilde değerlendiren bir bilim dalıdır.

İstatistik matematiğin bir dalı olmakla beraber matematik ile arasında önemli bir fark vardır. Matematik **dedüktif**, istatistik ise **indüktif** bir bilimdir. Dedüktif bilimler **genelden özele**, yani genel durumlar için elde edilmiş sonuçları ve ilkeleri özel hallere uygulamaya çalışan; indüktif bilimler ise **özelden genele** yönelik yani özel durumlar için elde edilmiş olan sonuçlara dayanarak, genel haller için bir tahminde bulunmaya yardımcı olan bilimlerdir. Matematik ile istatistiğin ortak özelliği, her ikisinin de **sayılarla** işlem görmeleridir. İstatistikte deney veya gözlemlerle elde edilen sayılara **veri** denilir.

İstatistikte, **küme** (yığın) (ana kütle) ve **numune** (örnek) (örnek kütle) olmak üzere iki önemli kavram vardır. **Küme** (population) aynı özelliklere sahip olan bireyler topluluğuna denir. **Numune** (sample), küme içinden analiz için seçilen bireyler topluluğudur.

➡ **Bu kavramlara dayanarak istatistik bilimi;**

- Belirli bir kümeden numune alma işlemi ile,
- Numunelerden elde edilen sonuçlara göre küme hakkında karar verme işleminin ilke ve yöntemlerini inceler.

İSTATİSTİK VE BİLGİSAYAR PROGRAMLARI

Günümüzde bilgisayar ve bilgisayar programlarının gelişmesi ile birlikte **istatistik** ve **probabilite** (olasılık) hesapları ile ilgili özel programlar vardır.

Örneğin; SPSS bilgisayar programı, 1967 yılından bu yana **verideki gizli bilgileri keşfetme** ve **stratejik karar** desteği sağlama yönünde prediktif analiz çözümleri sunmaktadır.

Bunun yanı sıra, Excel, Lotus gibi bilgisayar programları da istatistik ve olasılık hesapları için kullanılabilmektedir. Bu programlar;

- Çok kolay ve hızlı bir şekilde karmaşık sayısal hesapları yapabilirler.
- İstatistik ve probabilite hesapları ile ilgili, bir düğmenin tıklaması ile çalışmaya başlayan, bir çok denklem ve bağıntı içerirler.
- Çok hızlı bir şekilde çeşitli grafikler oluşturabilirler.
- Sonuçlar ve grafikler veya bunların bir kısmı, dikkatleri çekmek için özel olarak formatlanabilirler.
- Veriler, grafikler ve veri toplulukları hızlı bir şekilde değiştirilebilir, silinir, bir yerden başka yere kopya edilir veya taşınabilir.
- Başka programlarla veri tabloları, grafikler ve şekiller ile ilgili alış-veriş yapılabilir.
- Tüm işlemler makro sayesinde bir düğmeye basarak tekrarlanabilir.
- Tüm işlemler özellikle Visual Basic diline dayanarak program haline getirilebilir.

MÜHENDİSLİKTE İSTATİSTİK

Mühendislikte istatistik; tasarım ve üretim süreci, ürün güvenilirliği ve kalite kontrolü gibi alanlarda kullanılmaktadır.

Mühendisliğin çeşitli dallarında karşılaşılan bir çok problem ancak **olasılık teorisi** ve **istatistik yöntemleri** ile incelenebilecek yapıdadır. Örneğin inşaat mühendisliğinde yapı malzemelerinin özellikleri, hidrolojik değişkenler, trafik değişkenleri, zeminlerin özellikleri gibi çeşitli büyüklükler **rasgele değişken** niteliğinde olup **deterministik** bir yaklaşımla ele alınmaları bir çok hallerde yeterli olmamaktadır.

Olasılık teorisi kavramlarının ve **istatistik yöntemlerinin** bilinmesi mühendislerin verecekleri kararlarda **belirsizlik** ve **risk** etkilerini göz önüne almalarına olanak verir. Böylelikle daha gerçekçi projelerin hazırlanması sağlanabilir.

Çünkü, bilgilerimizin tümü bir tahminler ağından başka bir şey değildir. Doğrular ve değer yargıları da mutlak değildir. Dün için doğru olan bu gün için doğru olmayabilir, bu gün doğru bulduğumuz bir bilginin yarın yanlış olduğuna karar verebiliriz. Bilimsel bilgilerin ve bilimin açık uçlu bir yapısı vardır. Bu yüzden **risk** yada **tehlike** anılan **belirsizliklerin** doğal sonucudur. Tüm insani etkinliklerin, planlamaların, tasarımların yapısında/bünyesinde kendiliğinden, kaçınılmaz biçimde varolan potansiyel bir

unsurdur. Şu halde olabilir eylemlerden birinin seçilmesi ve gerçekleştirilmesine karar verilmesi, onunla ilgili riskin göze alınması anlamına gelir.

Yalın bir tanımla risk; istenmeyen bir olayın oluşması, bir tehlikenin gerçekleşmesi olasılığıdır. Henüz gerçekleşmemiş olması, daima geleceğe ilişkin olabilirliklerle ilgili olması dolayısıyla risk, bir anlamda kurgusaldır- hipotetiktir. Belirsizliklerin örtüsü altında kalan riskleri, **deterministik (gerekirci)** paradigmalara/yaklaşımlarla belirleyemeyiz. **Riskleri** yalnızca ve yalnızca **istatistiksel** çıkarsamalarla elde ettiğimiz bilgileri **olasılık** yasalarına göre değerlendirerek tahmin edebiliriz.

Mühendislik planlaması ve tasarımı evrelerinde karşılaşılan sorunlar, bir belirsizlik ortamında çözülür. Belirsizlik, bu süreçlerin gerçekleşmesi için gerekli olan çoğu bilginin hiç yada eksiksiz elde edilememesinden ve sorunların içerdiği fiziksel değişkenlerin yada parametrelerin istatistiksel değişim göstermelerinden, rasgele değişken karakterde yapıya sahip olmalarından kaynaklanır. İstatistiksel değişimlerin yer aldığı olaylarda ise risk kaçınılmazdır.

- ⇒ Bu bağlamda **risk**, mühendislik sistemlerinin yapısında varolan, azaltılabilen ama yok edilemeyen tehlike olasılığıdır.
- ⇒ Dolayısıyla **olasılık ve istatistik teorileri**, mühendislik problemlerinin sağlıklı ve gerçekçi çözümü için mesnet alınması zorunlu disiplinlerdir.

Bilgi kaynakları; Zamanla gelişen ve çoğalan bilimsel ve teknik bilgiler, araştırmalar yapısal tasarım yöntemlerini ve yapım teknolojilerini etkiler. Bu bağlamda, özelliklerinin ve sınırlarının açıkça algılanabilmesi için yapısal tasarım mühendisinin bilgi kaynakları beş farklı şekilde sınıflandırılabilir; mesleki bilgi, ulusal yönetmelikler, ve standartlar, ticari ürünlerle ilgili bilgi, deneyim, inşaatın yeriyle ilgili bilgi.

Yapısal tasarımda model belirsizlikleri; yapısal tasarım, **hesap modelleri** ve **stokastik modeller** kullanılarak gerçekleştirilir.

- ⇒ **Hesap modeli belirsizlikleri;** yapısal sistemlerin tasarımı gerçeğin idealleştirilmiş betimlemeleri olan limit durum denklemleri, algoritmalar, bilgisayar benzeşim programları gibi **matematiksel modellere** yada **benzeşim modellerine** dayanılarak yapılır. Bu teorik modeller, deneysel ve/veya teorik araştırmalar sonucu geliştirilen ve gerçeği olabildiğince doğru yansıtan “karmaşık” (kompleks, sofistike) modellerin mühendislik hayal gücü, sezgisi ve deneyimi ile, dolayısıyla “öznel” (sübjektif) değerlendirmeler ve kabullerle basitleştirilmesiyle oluşturulur.

Basitleştirme tasarım çözümlemelerinin matematiksel işlenebilirliğini sağlamak için gereklidir. Örneğe; zamanla ve mekanla değişen yükler eşdeğer üniform statik yüke dönüştürülür; üç boyutlu yapı iki boyutluymuş gibi çözümlenir; birleşimlerin rijit, mesnetlerin tam ankastre olduğu varsayılır; parametreler arasındaki korelasyon (istatistiksel ilişki) ihmal edilir ve kimi parametreler hesaba katılmaz; malzemenin doğrusal (lineer) olmayan davranışı (σ - ϵ ilişkileri gibi) doğrusal varsayılır; zamana bağlı etkiler göz önüne alınmaz...

Bu bakımdan yapısal sistemlerin tasarımında kullanılan hesap modelleri, **araştırma modellerinin yetkinliğine**, idealleştirmenin ve basitleştirmenin doğruluk derecesine ve kapsamına göre gerçeği yakından yansıtabilir yada yansıtmayabilir. Araştırma modellerinin yetkinliği ise sağlanabilen bilgilerin **güvenebilirliğine** (dependability) bağlıdır. Güvenebilirliği modelin sinanabilirliği, **testedilebilirliği** belirler. Testedilebilirlik modele ilişkin bilgilerin **doğrulanabilirlik** ve deneylerin **tekrarlanabilirlik** derecesiyle ölçülür.

⇒ **Stokastik model belirsizlikleri;** Öte yandan, araştırma ve hesap modellerinin içerdiği parametreler genellikle rasgele değişkendir. Belirli değerleri alabilmeleri yalnızca belirli olasılıklarla ifade edilebilen istatistiksel, stokastik büyüklüklerdir. Örneğe; tasarım temel değişkenleri olan yükler, malzeme mukavemetleri, boyutlar ve benzerleri gibi. Yapısal tasarımda bu büyüklükler olasılık dağılımları ile hesaba katılırlar. Normal dağılım, lognormal dağılım, ekstrem dağılımlar gibi stokastik modellerle betimlenirler. Stokastik modeller de hesap modelleri gibi yetkin değildir. Yetkin olmamalarının çeşitli nedenleri vardır. Başlıca neden istatistik verilerin yetersiz oluşudur. Bu yüzden rasgele değişkenlere ilişkin bilgiler çoğu zaman bunların ortalama değerleri ve standart sapmaları ile sınırlı kalmakta, stokastik modellerde belirsizlikler oluşmaktadır. Bu belirsizlikler **stokastik model belirsizliği** terimiyle adlandırılır.

⇒ **Belirsizlikler ortamında tasarım;** hesap modeli ve stokastik model belirsizlikleri çeşitli yöntemlerle kısmen yada tamamen ortadan kaldırılabilir. Ama tasarım temel değişkenlerinin yapısında varolan rasgelelikten kaynaklanan belirsizlikler her zaman kalıcıdır yok edilemez. Bu yüzden bir yapıda “istenmeyen bir durumun” (tehlike) “ortaya çıkma ihtimali” (risk) her zaman vardır, ortadan kaldırılamaz.

Yapısal tasarımda anılan durum **limit durum**, gerçekleşme ihtimali **göçme riski** yada **göçme olasılığı**, gerçekleşmeme ihtimali **güvenilirlik** yada **kalıcılık olasılığı** terimleriyle adlandırılır. Burada **göçme (tükenme, failure)** terimi en genel anlamda, herhangi bir **limit durumu** belirtmek için kullanılmaktadır. Örneğe; bir yapısal sistemin kısmen yada tamamen servis dışı kalması yada çökmesi; bir betonarme su deposunda mukavemet bakımından sakıncalı olmayan, fakat deponun su sızdırmasına (işlevini yapamamasına) neden olan çatlakların oluşması; bir betonarme kirişte gözle görülebilen eğilme ve/veya kesme çatlaklarının oluşması yada kirişin aşırı sehim yapması olabilir.

İSTATİSTİK İLE İLGİLİ TEMEL KAVRAMLAR

İstatistik biliminin temel amacı planlanmış bir çalışmada yada bilimsel bir araştırmada ortaya çıkan (gözlenen) rasgele sonuçların tanıtılması, yorumlanması ve değerlendirilmesidir. Bu bağlamda kayda geçirilen belgelenen herhangi bir değer **gözlem** terimiyle adlandırılır. Sayılabilen yada ölçülebilen, toplandığı biçimiyle kayda geçirilen ve kaynak olarak kullanılan bilgilere **işlenmemiş veri (düzenlenmemiş veri, kaba veri)** denir. İstatistikte kaba verilerin elde edilmesini sağlayan süreç için **deney** terimi kullanılır. Yaklaşık özdeş koşullar altında yapılan istatistiksel deneylerin tüm sonuçları genellikle birbirinden farklı olur. Bu nedenle bu deneyler **rasgele deneyler** terimiyle adlandırılır. Herhangi bir rasgele deneyin yada olayın mümkün olabilen tüm sonuçlarının oluşturduğu ortama **deney ortamı** yada yaygın terimle **toplum** ve olayın bir bölümüne ilişkin sonuçların elde edilmesi işlemine **örnekleme** elde edilen sonuçlara da **örnek uzay** yada kısaca **örnek** denir. Örneği tanımlayan sayısal bir değere **istatistik** denir; örnek ortalaması değeri ve standart sapması gibi. Toplumu belirten sayısal bir değer de **parametre** terimiyle adlandırılır. Bir örnek en az iki istatistikle, dolayısıyla ilgili toplum en az iki parametreyle tanımlanabilir: **ortalama değer** ve **standart sapma**.

Ortalama değer; Bir merkezdeki (bir değer dolayındaki) yığılmanın ölçüsünü belirtir. Olasılık teorisinde daha çok **beklenen değer** terimiyle adlandırılır. Gözlenen değerler dizisinin aritmetik ortalaması alınarak belirlenir. Bir örneğin ortalama değeri;

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$ değerlerinin sırayla $f_1, f_2, \dots, f_n$ gibi frekansları varsa örnek ortalama değeri şöyle de belirlenebilir;

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = (1/n) \sum_{i=1}^n f_i x_i$$

Bir istatistiksel veri takımına ilişkin öteki merkezsel değerler **mod** ve **medyan**dır. **Mod**, veri takımında en fazla yinelenen frekansı en yüksek olan değerdir. **Medyan**, büyüklüklerine göre sıralanmış veriler listesindeki orta değerdir. Veri sayısı tek ise medyan ortadaki değer, çift ise ortadaki iki değerın ortalaması olur.

Varyans ve standart sapma; Deney yada gözlem sonuçlarının ortalama değere göre dağılımını belirten bir başka istatistik varyans yada varyansın karekökü olan standart sapmadır. Dağılımın ölçüsünü belirlemek için ortalama değere göre sapmaların kareleri toplanır ve örnek boyutuna bağımlılığı yok etmek için bu toplam deney yada gözlem sayısına bölünür. Bu şekilde hesaplanan değer **varyans (Var(X))** terimiyle adlandırılır.

$$Var(X) = (1/n) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Bu bağıntı ile belirlenen değer, rasgele değişkenin boyutunun karesi olur. Bu nedenle, fiziksel bir anlamı olması için, pratikte çoğu zaman varyansın karekökü kullanılır.

Böylece belirlenen ve rasgele değişken ile aynı boyutta olan beklenen değer **standart sapma** (s_x) terimiyle adlandırılır.

$$s_x = [Var(X)]^{1/2} = \left[(1/n) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2}$$

Bu bağıntı toplum standart sapmasının **eğilimli (tarafli)** tahmincisidir. Anılan eğilimi (hatalı yaklaşımı) ortadan kaldırmak için **eğilimsiz standart sapma** kullanılmalıdır. Bu değer bağıntıda n yerine n-1 konularak elde edilir. Bu durumda kareli terimlerde açılırsa bağıntı şu şekli alır;

$$s_x = \left[(1/n-1) \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right) \right]^{1/2}$$

Varyasyon katsayısı (değişim katsayısı) ; Özellikle aynı bir rasgele değişken ile ilgili farklı toplumlara ilişkin dağılımların karşılaştırılmasında kullanılan bir başka önemli istatistik de varyasyon katsayısıdır (V). Bu boyutsuz katsayı, standart sapmanın ortalama değere bölünmesiyle elde edilen oranla tanımlanır. Örnek ve toplum için aşağıdaki bağıntılar ile tanımlanır.

$$V_x = s_x / \bar{x}$$

$$V_x = \sigma_x / m_x$$

İki Dağılımın Hikayesi

Dağılım:
6,6,6

Ortalama: 6
Medyan: 6
Mod: 6

Std. Sapma: 0

Dağılım:
0,6,12

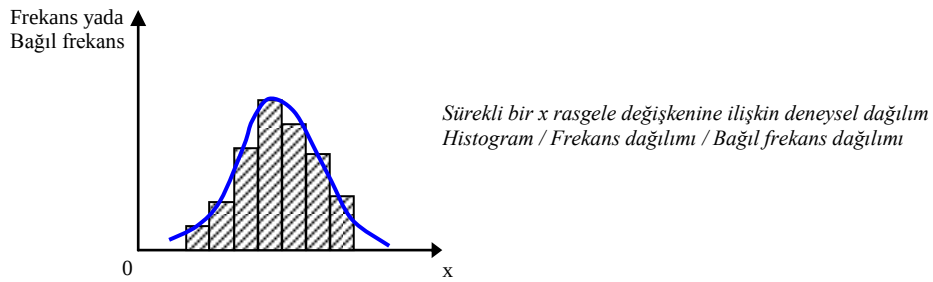
Ortalama: 6
Medyan: 6
Mod: 6

Std. Sapma: 6

Amaç: Görünenin Ötesine Bakabilmek

Bilgilerin düzenlenmesi/Histogram; Deney ya da gözlem sonuçlarını içeren düzenlenmiş (küçükten büyüğe sıralanmış) listeler incelenirse, ölçülen yada gözlenen değerlerin genellikle bir aralıkta yer aldığı, ve kimi değerlerin ötekilerden daha fazla tekrarlandığı görülür. Bu bağlamda, deneysel yada gözlemsel yolla sağlanan bilgiler bir **frekans diyagramı** ile **histogram**’ la grafik olarak gösterilebilir. Daha belirgin bir ifade ile **histogram** deney yada gözlem sonucu sağlanan bilgilerin değişkenliğini betimleyen olgusal (emprical) bir grafikdir.

Histogram; bir rasgele değişkenin belirli değer aralıklarına ilişkin frekanslarının ve/veya bağıl frekanslarının dağılımını gösteren çubuklu bir diyagramdır. Absis ekseninde, gözlenen en büyük ve en küçük değerleri içeren bir uzunluk, veriler göz önünde bulundurularak eşit ve mantıksal aralıklara bölünür, sınıflandırılır. Ordinat ekseninde ise bu aralıklara düşen frekanslar karşılık gelmektedir.



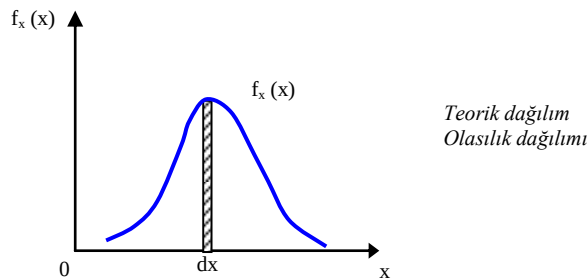
Bağıl frekans; Bir sınıf aralığına düşen veri sayısının toplam veri sayısına bölünmesiyle elde edilen orandır.

Frekans yoğunluğu; Bağıl frekansın aralık uzunluğuna bölünmesiyle elde edilen oran.

Bağıl frekansların toplamı ve frekans yoğunluğu dağılımının altında kalan alan 1.0 e eşit olur.

Birikimli frekans dağılımı; Ordinat ekseninde her aralığa ilişkin bağıl frekansların ardışık kısmi toplamalarının gösterilmesi ile oluşturulan grafik gösterimdir.

Deney yada gözlem sayısı artırılır ve sınıf aralığı küçültülür ise histogram sürekli bir eğriye yaklaşır ve veri sayısı sonsuz olduğu zaman – limite- bir eğriye dönüşür. Bu eğriye **olasılık yoğunluk eğrisi** yada **olasılık dağılım eğrisi** denir. Dağılım eğrisini belirten bağıntı **olasılık yoğunluk fonksiyonu** terimiyle adlandırılır.



[Uygulama] Bir şantiyede üretilen betondan silindirik biçiminde 20 numune alınarak bir örnek oluşturulmuş ve numunelerin eksenel basınç mukavemetleri Tablo'daki gibi bulunmuştur. Örnek ortalamasını, beton toplumunun eğilimsiz tahmini değerini veren standart sapmasını ve varyasyon katsayısını hesaplayınız. Betona ilişkin frekans, bağıl frekans ve birikimli frekans dağılımlarını belirleyiniz.

No	x_i (Mpa)	x_{ort}	$x_i - x_{ort}$	$(x_i - x_{ort})^2$	standart sapma	varyasyon katsayısı
1	22.7	22.905	0.205	0.042025	3.45	0.15
2	24.2		-1.295	1.677025		
3	25.7		-2.795	7.812025		
4	23.5		-0.595	0.354025		
5	18.2		4.705	22.13703		
6	21.6		1.305	1.703025		
7	25.5		-2.595	6.734025		
8	15.2		7.705	59.36703		
9	23.9		-0.995	0.990025		
10	19.3		3.605	12.99603		
11	22.4		0.505	0.255025		
12	21.2		1.705	2.907025		
13	26.6		-3.695	13.65303		
14	20.2		2.705	7.317025		
15	27.5		-4.595	21.11403		
16	22.6		0.305	0.093025		
17	24.2		-1.295	1.677025		
18	29.2		-6.295	39.62703		
19	25.7		-2.795	7.812025		
20	18.7		4.205	17.68203		
toplam			toplam			
458.1			225.9495			

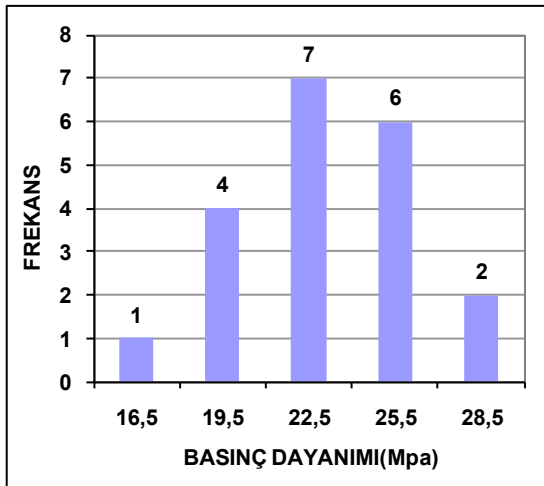
$$x_{ort} = \bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s_x = [\text{Var}(X)]^{1/2} = \left[(1/n - 1) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2}$$

$$V_x = s_x / \bar{x}_x$$

min=	15.2
max=	29.2

sınıf aralığı	frekans	bağıl frekans	birikimli frekans
15	0	0.00	0.00
18	1	0.05	0.05
21	4	0.20	0.25
24	7	0.35	0.60
27	6	0.30	0.90
30	2	0.10	1.00
20		1	



Formüller

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s_x = [Var(X)]^{1/2} = \left[(1/n) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{1/2}$$

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = (1/n) \sum_{i=1}^n f_i x_i$$

$$s_x = \left[(1/n - 1) \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2 \right) \right]^{1/2}$$

$$Var(X) = (1/n) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$V_x = s_x / \bar{x}_x$$